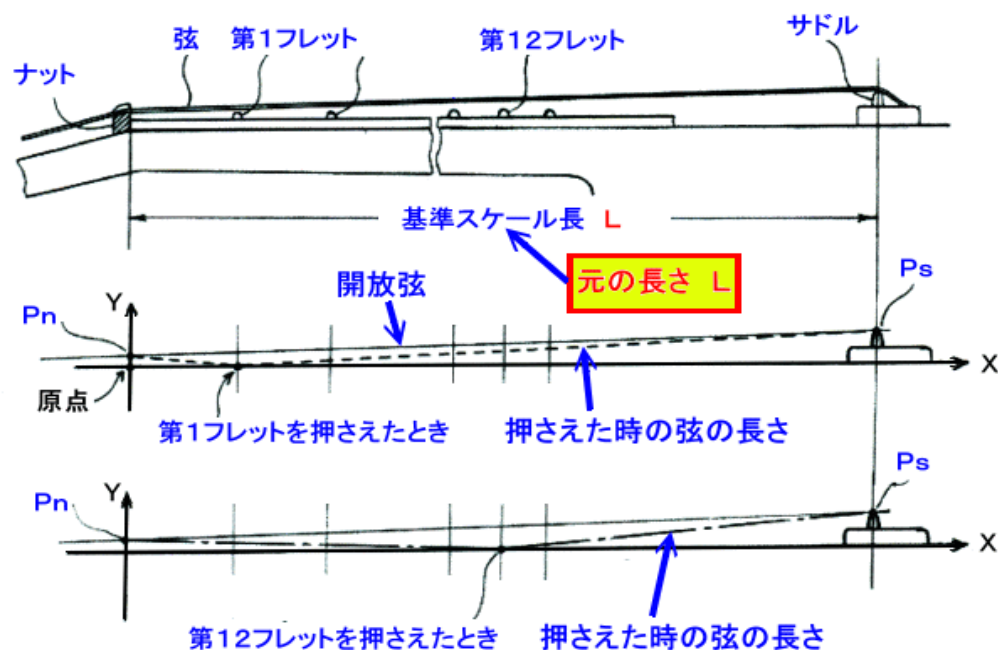
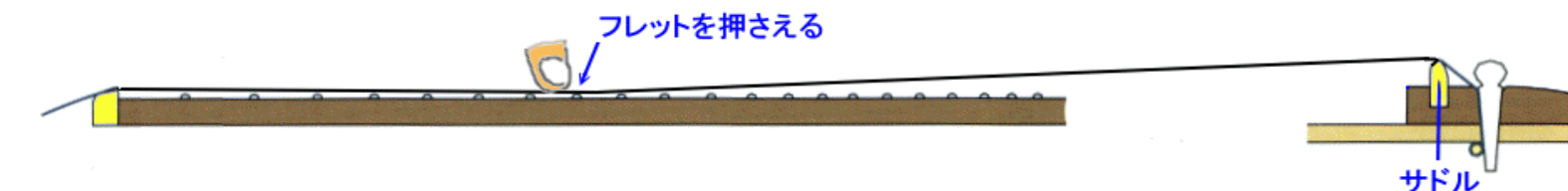


# 弦を押さえた時の弦の長さの計算

Strain\_calculation1.xlsx

その(1) 弦はフレットの頂上に当たる位置まで押さえられる・・・と仮定



- (1)フレット頂上は平面と仮定し、X軸とする
- (2)ナット部を原点とする
- (3)ナット部の弦の高さは、第1フレットの弦高とする
- (4)第12フレットの弦高から開放弦を直線の方程式で表し、Ps点を求める

基準スケール長 L 645 mm  
 第1フレットの弦高 0.3 mm  
 第12フレットの弦高 1.8 mm の時

開放弦を直線の方程式  

$$Y - 0.3 = \frac{(1.8 - 0.3)}{322.5} X$$

この式に X = 645 を代入すると、Y = 3.3 が求められる

- (5) Pn, Ps点の座標と、フレット位置の座標から、(Pf)

各フレットを押さえた時の弦の長さはピタゴラスの定理から求められる

押さえた時の弦の長さ (弦長合計) = ( Pn to Pf ) + ( Pf to Ps )

弦を押さえた時のひずみは

$$\Delta \varepsilon = \frac{\text{押さえた時の弦の長さ} - \text{元の長さ } L}{\text{元の長さ } L}$$

で計算する

## 解説

**MTS** シミュレーション計算において最も基本になるパラメーターは、弦をフレットに押さえた時の「**ひずみ**」である。

この大きさ程度によって音程が上がってしまう度合いは変わってしまう。実際、弦を押さえた時に、フレットの近くを強く押さえるとピッチはより上ずってしまうことは容易に理解できる。

**MTS** シミュレーション計算において、このような不確実なパラメーターを如何に均一な数値として捉えるか・・・それは、システムの汎用性の観点から非常に重要なファクターである。

ここは、計算に用いる「**ひずみ**」の定義を解説したものである。

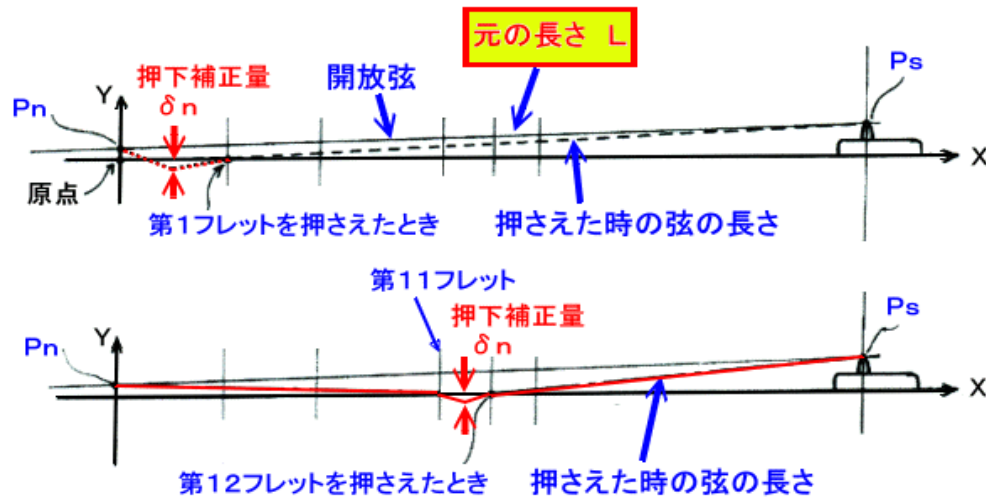
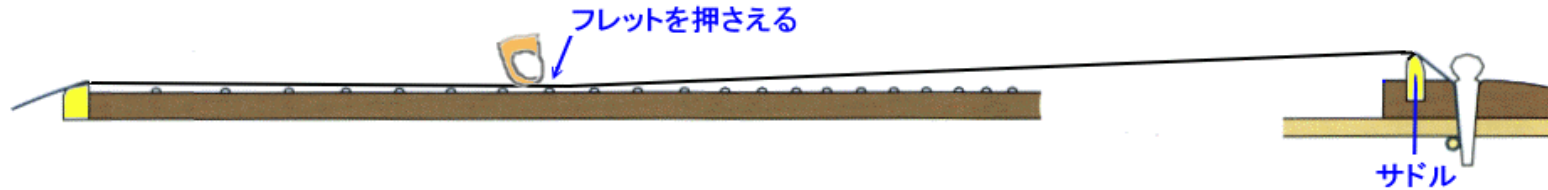
結論から述べると、**MTS** シミュレーション計算に用いる「**ひずみ**」は、このページの計算式によるものとした。

「弦はフレットの頂上に当たるまで押さえられる」・・・と仮定することで、**三角形のピタゴラスの定理**から容易に「押さえた時の弦の長さ」が計算できることと、弦を更に押し下げる・・・という不確実なパラメーターを計算式に含める必要がなくなる。

ただし、ここで「**ひずみ**」の計算を行うのに使用する「**元の長さ L**」を、実際の開放弦長でなく、「**基準スケール長 L**」とした。その根拠は、後述する。

# 弦を押さえた時の弦の長さの計算 Strain\_calculation1.xlsx

その(2) 弦はフレットの頂上に当たった位置より さらに押し下げられる・・・と仮定



(1) Ps点の座標の求め方は その(1)と同様

(2) N番目のフレットを押さえた時の弦の長さは

- それより1つ前のフレットとの間の押下部長さ
  - ナットPn点から1つ前のフレットまでの長さ
  - N番目のフレットからサドルPs点までの長さ
- この3つの合計値となる

各フレットを押さえた時の弦の長さは  
ピタゴラスの定理 から求められる

(3) 1つ前のフレットとの間の押下部長さは  
押下補正量  $\delta n$  の値によって求められる

(4) 第1フレットを押さえた時は、Pn点は  
フレットの頂上より高いので、  
押下補正量  $\delta n$  が小さくても押下部長さは大きい

$$\text{押さえた時の弦の長さ (弦長合計)} = (\text{Pn to Pf-1}) + \text{押下部長さ} + (\text{Pf to Ps})$$

弦を押さえた時のひずみは

$$\Delta \epsilon = \frac{\text{押さえた時の弦の長さ} - \text{元の長さ } L}{\text{元の長さ } L} \text{ で計算する}$$

## 解説

この図は、「弦はフレットの頂上に当たった位置より さらに押し下げられる」・・・と仮定したときの「ひずみ」の計算式を示したものである。

弦を押さえた時の弦の長さの計算は、ここに記載されたように各部の弦長の和となる。

新しいパラメーターとしては、「押下部長さ」が導入されている。

この場合、「ひずみ」の計算を行うのに使用する「元の長さ L」は、実際の「開放弦長」となる。

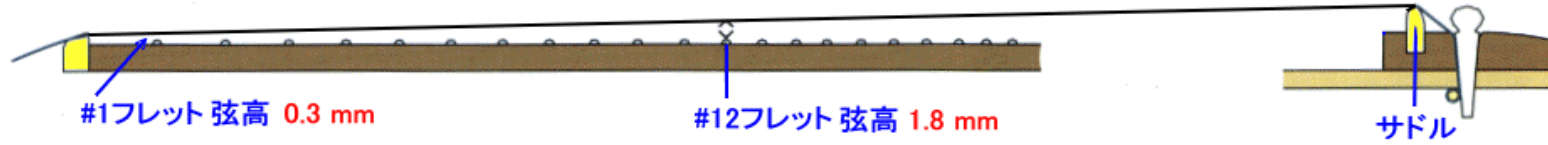
前ページの計算方法とこのページの計算方法について、検証を行った。

その結果を次ページに示す。

# #1弦 弦を押さえた時のひずみ $\Delta \varepsilon$ の計算例

Strain\_calculation1.xlsx

基準スケール長  $L = 645 \text{ mm}$     開放弦長 = 645.007 mm



## その (1)

押さえた時の弦の長さ = ( Pn to Pf ) + ( Pf to Ps )

元の長さ  $L$  は 基準スケール長  $L = 645 \text{ mm}$

で計算する

## その (2)

押さえた時の弦の長さ = ( Pn to Pf-1 )  
+ 押下部長さ + ( Pf to Ps )

元の長さ  $L$  は 開放弦長 = 645.007 mm

で計算する

第1弦 E		329.630	Hz	Keで計算					
Fret #	基準フレット位置		(16) ナット位置補正 $\Delta N$	(3) フレット位置 (mm)	(4) 弦の振動長 (mm)	フレット押さえた時の、弦長と張力増加率			(7) ひずみ増加量 $\Delta \varepsilon$
	(1) 平均律 振動数比	(2) 弦長比				(Pn-Pf)	(Ps-Pf)	(6) 弦長合計	
0	1.00000	1.00000		0.000	645.000			645.000	0.0000000
N	1.00093	0.99907	0.60	0.600	644.400			644.400	0.0000000
1	1.05946	0.94388		36.199	608.801	36.20	608.81	645.0102	0.0000158
2	1.12246	0.89090		70.369	574.631	70.37	574.64	645.010	0.0000157
3	1.18921	0.84089		102.623	542.377	102.62	542.39	645.010	0.0000162
4	1.25992	0.79370		133.063	511.937	133.06	511.95	645.011	0.0000170
5	1.33484	0.74915		161.796	483.204	161.80	483.22	645.012	0.0000179
6	1.41421	0.70711		188.915	456.085	188.92	456.10	645.012	0.0000189
7	1.49831	0.66742		214.515	430.485	214.52	430.50	645.013	0.0000199
8	1.58740	0.62996		238.675	406.325	238.68	406.34	645.014	0.0000211
9	1.68179	0.59460		261.480	383.520	261.48	383.53	645.014	0.0000223
10	1.78180	0.56123		283.007	361.993	283.01	362.01	645.015	0.0000236
11	1.88775	0.52973		303.323	341.677	303.32	341.69	645.016	0.0000249
12	2.00000	0.50000		322.500	322.500	322.50	322.52	645.0170	0.0000264

計算結果は同じ値となっている

Fret #	押下補正量 $\delta$ (mm)	押下部長さ (mm)
1	0.205	36.20749
2	0.330	34.17636
3	0.330	32.26060
4	0.324	30.44650
5	0.315	28.74019
6	0.307	27.12591
7	0.298	25.60695
8	0.290	24.16717
9	0.282	22.81184
10	0.274	21.53342
11	0.266	20.32385
12	0.259	19.18359

0	1.00000	1.00000		0.000	645.000			645.000	0.0000000
N	1.00093	0.99907	0.60	0.600	644.400			644.400	0.0000000
1	1.05946	0.94388		36.199	608.801	0.00	608.810	645.0171	0.0000158
2	1.12246	0.89090		70.369	574.631	36.20	574.64	645.0171	0.0000157
3	1.18921	0.84089		102.623	542.377	70.37	542.39	645.0174	0.0000162
4	1.25992	0.79370		133.063	511.937	102.62	511.95	645.0180	0.0000170
5	1.33484	0.74915		161.796	483.204	133.06	483.22	645.0185	0.0000179
6	1.41421	0.70711		188.915	456.085	161.80	456.10	645.0192	0.0000189
7	1.49831	0.66742		214.515	430.485	188.92	430.50	645.0198	0.0000199
8	1.58740	0.62996		238.675	406.325	214.52	406.34	645.0206	0.0000211
9	1.68179	0.59460		261.480	383.520	238.68	383.53	645.0214	0.0000223
10	1.78180	0.56123		283.007	361.993	261.48	362.01	645.0222	0.0000236
11	1.88775	0.52973		303.323	341.677	283.01	341.69	645.0231	0.0000249
12	2.00000	0.50000		322.500	322.500	303.32	322.52	645.0240	0.0000264

## 解説

このページは、#1弦の検証結果を示したものである。

その(1)は、「弦はフレットの頂上に当たるまで押さえられる」・・・と仮定したときのひずみ  $\Delta \varepsilon$  の計算結果を示す。

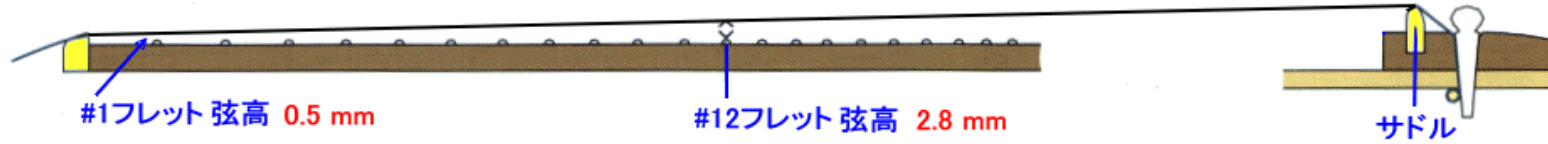
その(2)は、「弦はフレットの頂上に当たった位置よりさらに押し下げられる」・・・と仮定し、「押下補正量  $\delta$ 」を 0.2-0.3mm として 弦長合計を計算し、ひずみ  $\Delta \varepsilon$  を計算したものである。

「押下補正量  $\delta$ 」が 0.2-0.3mm の時、ひずみ  $\Delta \varepsilon$  の計算結果は全く同じ値となった。

# #6弦 弦を押さえた時のひずみ $\Delta \varepsilon$ の計算例

Strain\_calculation1.xlsx

基準スケール長  $L = 645 \text{ mm}$       開放弦長 = 645.0164 mm



## その (1)

押さえた時の弦の長さ = ( Pn to Pf ) + ( Pf to Ps )

元の長さ  $L$  は 基準スケール長  $L = 645 \text{ mm}$

で計算する

## その (2)

押さえた時の弦の長さ = ( Pn to Pf-1 )  
+ 押下部長さ + ( Pf to Ps )

元の長さ  $L$  は 開放弦長 = 645.0164 mm

で計算する

第6弦 E		82410	Hz	Keで計算						
Fret #	基準フレット位置		(16) ナット位置補正 $\Delta N$	(3) フレット位置 (mm)	(4) 弦の振動長 (mm)	フレット押さえた時の、弦長と張力増加率			(7) ひずみ増加量 $\Delta \varepsilon$	
	(1) 平均律振動数比	(2) 弦長比				(Pn-Pf)	(Ps-Pf)	(6) 弦長合計		
0	1.00000	1.00000		0.000	645.000				645.000	0.0000000
N	1.00436	0.99566	2.80	2.800	642.200				642.200	0.0000000
1	1.05946	0.94388		36.199	608.801	36.20	608.82	645.025	645.025	0.0000385
2	1.12246	0.89090		70.369	574.631	70.37	574.65	645.024	645.024	0.0000378
3	1.18921	0.84089		102.623	542.377	102.62	542.40	645.025	645.025	0.0000391
4	1.25992	0.79370		133.063	511.937	133.06	511.96	645.026	645.026	0.0000408
5	1.33484	0.74915		161.796	483.204	161.80	483.23	645.028	645.028	0.0000429
6	1.41421	0.70711		188.915	456.085	188.92	456.11	645.029	645.029	0.0000452
7	1.49831	0.66742		214.515	430.485	214.52	430.52	645.031	645.031	0.0000477
8	1.58740	0.62996		238.675	406.325	238.68	406.36	645.033	645.033	0.0000504
9	1.68179	0.59460		261.480	383.520	261.48	383.55	645.034	645.034	0.0000533
10	1.78180	0.56123		283.007	361.993	283.01	362.03	645.036	645.036	0.0000564
11	1.88775	0.52973		303.323	341.677	303.32	341.71	645.038	645.038	0.0000596
12	2.00000	0.50000		322.500	322.500	322.50	322.54	645.041	645.041	0.0000631

計算結果は同じ値となっている

Fret #	押下補正量 $\delta$ (mm)	押下部長さ (mm)
1	0.295	36.21915
2	0.500	34.18462
3	0.505	32.26966
4	0.495	30.45570
5	0.483	28.74952
6	0.470	27.13524
7	0.457	25.61632
8	0.444	24.17652
9	0.432	22.82123
10	0.420	21.54283
11	0.407	20.33319
12	0.396	19.19295

0	1.00000	1.00000		0.000	645.000			645.000	0.0000000
N	1.00436	0.99566	2.80	2.800	642.200			642.200	0.0000000
1	1.05946	0.94388		36.199	608.801	0.00	608.822	645.0412	0.0000385
2	1.12246	0.89090		70.369	574.631	36.20	574.65	645.0407	0.0000377
3	1.18921	0.84089		102.623	542.377	70.37	542.40	645.0416	0.0000390
4	1.25992	0.79370		133.063	511.937	102.62	511.96	645.0427	0.0000408
5	1.33484	0.74915		161.796	483.204	133.06	483.23	645.0441	0.0000429
6	1.41421	0.70711		188.915	456.085	161.80	456.11	645.0456	0.0000452
7	1.49831	0.66742		214.515	430.485	188.92	430.52	645.0472	0.0000477
8	1.58740	0.62996		238.675	406.325	214.52	406.36	645.0489	0.0000504
9	1.68179	0.59460		261.480	383.520	238.68	383.55	645.0508	0.0000533
10	1.78180	0.56123		283.007	361.993	261.48	362.03	645.0528	0.0000564
11	1.88775	0.52973		303.323	341.677	283.01	341.71	645.0548	0.0000595
12	2.00000	0.50000		322.500	322.500	303.32	322.54	645.0571	0.0000631

## 解説

このページは、#6弦の検証結果を示したものである。

その(1)は、「弦はフレットの頂上に当たるまで押さえられる」・・・と仮定したときのひずみ  $\Delta \varepsilon$  の計算結果を示す。

その(2)は、「弦はフレットの頂上に当たった位置よりさらに押し下げられる」・・・と仮定し、「押下補正量  $\delta$ 」を 0.3-0.5 mm として 弦長合計を計算し、ひずみ  $\Delta \varepsilon$  を計算したものである。

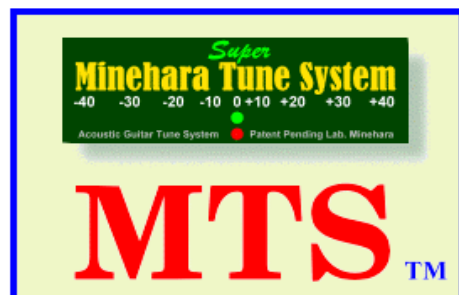
「押下補正量  $\delta$ 」が 0.3-0.5 mm の時、ひずみ  $\Delta \varepsilon$  の計算結果はほとんど同じ値となった。

「ひずみ」の計算方法は、次ページの方法とすることとした。

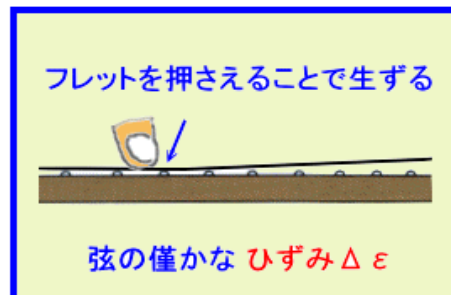


# 弦を押さえた時のひずみ $\Delta \varepsilon$ の計算 まとめ

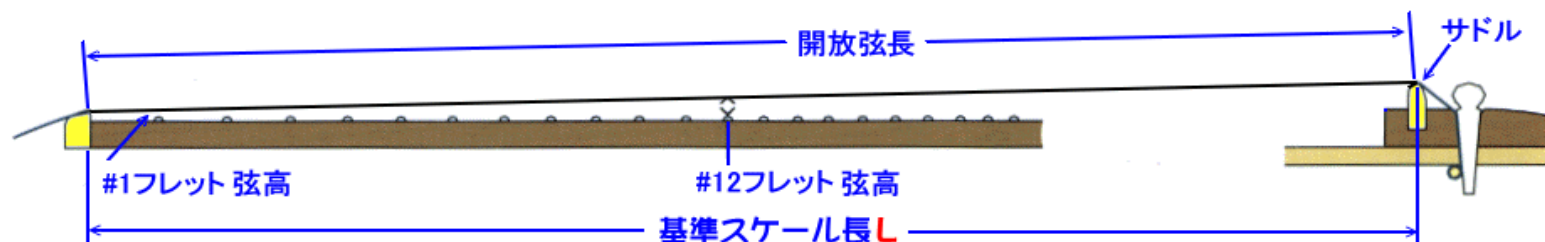
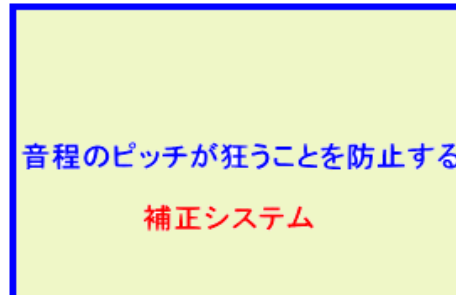
Strain\_calculation1.xlsx



とは



により



## ひずみ $\Delta \varepsilon$ の計算 には

その(1) 弦はフレットの頂上に当たる位置まで押さえられる・・・と仮定し計算する

その理由は

(1) 実際には、「弦はフレットの頂上に当たった位置より さらに押し下げられる」が **押下補正量  $\delta_n$**  を用いると、システムの汎用性が低下する

(2) 弦はフレットの頂上に当たる位置まで押さえられる・・・とした場合

計算される「押さえた時の弦の長さ(弦長合計)」は、弦高と基準スケール長のみから幾何的に求めることができ、システムの汎用性が高い

計算される「押さえた時の弦の長さ(弦長合計)」は、上記(1)より小さいが **ひずみ  $\Delta \varepsilon$**  の計算に、開放弦長より僅かに小さい **基準スケール長  $L$**  を用いることによって **ひずみ  $\Delta \varepsilon$**  の値は、実際に弦が押し下げられた場合の範囲をカバーできている

### 解説

このページは、MTS シミュレーション計算で使用する「ひずみ」の計算方法を示したものである。

コメントを参照してください。